Função exponencial e logarítmica

Laura Goulart

UESB

17 de Fevereiro de 2019

"É melhor um bocado seco, e com ele a tranquilidade, do que a casa cheia de iguarias e com desavenças - Provérbios 17:01

6 - Função exponencial

Dado $a \in \mathbb{R}_+^*, a \neq 1$, chama-se função exponencial de base a a função que para cada $x \in \mathbb{R}$, associa-se $a^x \in \mathbb{R}$.

6 - Função exponencial

Dado $a \in \mathbb{R}_{+}^{*}, a \neq 1$, chama-se função exponencial de base a a função que para cada $x \in \mathbb{R}$, associa-se $a^x \in \mathbb{R}$.
Em outras palavras, $f : \mathbb{R}_{+}^{*} \to \mathbb{R}$ dado por $f(x) = a^x$.

6.1-Exemplo

Como exemplo, tomemos $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, e vamos elaborar tabelas de valores para avaliar o comportamento de cada uma delas.

6.1-Exemplo

Como exemplo, tomemos $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, e vamos elaborar tabelas de valores para avaliar o comportamento de cada uma delas.

x	f(x)	g(x)
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		

6.2-Propriedades

6.1) $a^0 = 1$

6.2-Propriedades

6.1) $a^0 = 1$

6.2) Se $a > 1$ a função é crescente.

6.2-Propriedades

6.1) $a^0 = 1$

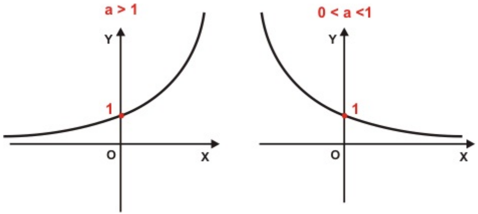
6.2) Se $a > 1$ a função é crescente.

6.3) Se $0 < a < 1$ a função é decrescente.

6.1) $a^0 = 1$

6.2) Se $a > 1$ a função é crescente.

6.3) Se $0 < a < 1$ a função é decrescente.



1. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

6.3-Revisão de Potenciação

1. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2. $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

6.3-Revisão de Potenciação

1. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
2. $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
3. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Propriedade

$$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$$

6.4-A constante de Euler

Como o número e é encontrado em diversos fenômenos naturais, a função $f(x) = e^x$ é considerada uma das mais importantes da matemática, merecendo atenção especial de cientistas de diferentes áreas de conhecimento humano.

Como o número e é encontrado em diversos fenômenos naturais, a função $f(x) = e^x$ é considerada uma das mais importantes da matemática, merecendo atenção especial de cientistas de diferentes áreas de conhecimento humano.
Foi o matemático inglês John Napier(1550-1617) o responsável pelo desenvolvimento da teoria logarítmica utilizando o número e como base.
O número e é irracional, ou seja, não pode ser escrito sob a forma de fração e vale:

6.4-A constante de Euler

Como o número e é encontrado em diversos fenômenos naturais, a função $f(x) = e^x$ é considerada uma das mais importantes da matemática, merecendo atenção especial de cientistas de diferentes áreas de conhecimento humano.

Foi o matemático inglês John Napier(1550-1617) o responsável pelo desenvolvimento da teoria logarítmica utilizando o número e como base.

O número e é irracional, ou seja, não pode ser escrito sob a forma de fração e vale:

$$e = 2,71828182...$$

7 - Função logarítmica

Para estudarmos a função logarítmica, vamos primeiro aprender o logaritmo de um número real positivo e suas principais propriedades.

7.1 - Logaritmo

O logaritmo de b na base a é o expoente que devemos ter em a para obternmos a potência b.

O logaritmo de b na base a é o expoente que devemos ter em a para obternmos a potência b.

Em outras palavras,

$$\log_a b = x \quad \Longleftrightarrow \quad a^x = b$$

Onde:

$$0 < a \neq 1 \qquad b > 0$$

7.2 - Propriedades

7.1) $log_a 1 = 0$

7.2 - Propriedades

7.1) $log_a 1 = 0$

7.2) $\nexists log_a 0$

7.2 - Propriedades

7.1) $log_a 1 = 0$

7.2) $\nexists log_a 0$

7.3) $log_a a = 1$

7.2 - Propriedades

7.1) $log_a 1 = 0$

7.2) $\nexists log_a 0$

7.3) $log_a a = 1$

7.4) $log_a a^b = b$

7.2 - Propriedades

7.1) $log_a 1 = 0$

7.2) $\nexists log_a 0$

7.3) $log_a a = 1$

7.4) $log_a a^b = b$

7.5) $a^{log_a b} b = b$

7.2 - Propriedades

7.1) $log_a 1 = 0$

7.2) $\nexists log_a 0$

7.3) $log_a a = 1$

7.4) $log_a a^b = b$

7.5) $a^{log_a b} b = b$

7.6) $log_a b = log_a c \Leftrightarrow b = c$

7.7) $log_a(b \cdot c) = log_a b + log_a c$

7.3 - Propriedades operatórias

7.7) $log_a(b \cdot c) = log_a b + log_a c$

7.8) $log_a b^n = n log_a b$

7.7) $log_a(b \cdot c) = log_a b + log_a c$

7.8) $log_a b^n = n log_a b$

7.9) $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$

7.3 - Propriedades operatórias

7.7) $log_a(b \cdot c) = log_a b + log_a c$

7.8) $log_a b^n = n log_a b$

7.9) $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

7.10) [Mudança de Base] $log_a b = \dfrac{log_c b}{log_c a}$

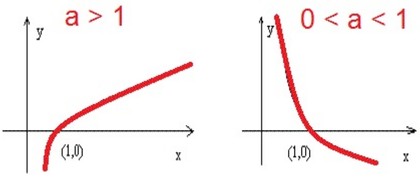
7.4 - A função logarítmica

Dado um número real a ($a > 0, a \neq 1$), chamamos de função logarítmica na base a a toda função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ que cada x associa-se o número $log_a x$.

7.4 - A função logarítmica

Dado um número real a ($a > 0, a \neq 1$), chamamos de função logarítmica na base a a toda função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ que cada x associa-se o número $log_a x$.
Em outras palavras, $f : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = log_a x$.

Dado um número real a ($a > 0, a \neq 1$), chamamos de função logarítmica na base a a toda função f de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$ que cada x associa-se o número $log_a x$.
Em outras palavras, $f : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = log_a x$.



Exercício de Fixação

Sabendo que $log 2 = 0,301$ e $log 3 = 0,477$, calcule os seguintes logaritmos:

1. $log 6$
2. $log 4$
3. $log 12$
4. $log \sqrt{12}$
5. $log 0,5$
6. $log 5$
7. $log 20$
8. $log 15$